

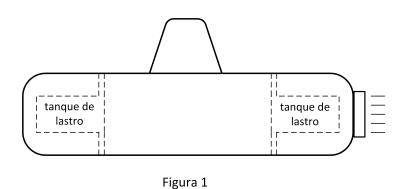
# CONCURSO DE ADMISSÃO AO CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO PROVA DE FÍSICA

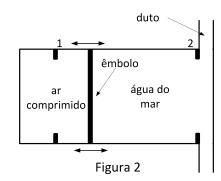


# CADERNO DE QUESTÕES

## 2021/2022

1ª QUESTÃO Valor: 1,0





O submarino, mostrado na Figura 1, está com os tanques de lastro vazios de água e, nestas condições, possui massa específica  $\mu_s$  = 0,92 g/cm³, quando está sem tripulação e suprimentos. Na Figura 2, ilustra-se um dos dois tanques cilíndricos de lastro idênticos, que podem ser preenchidos com água do mar. Os êmbolos são acionados por motores elétricos, sendo movimentados entre os batentes, de modo a regular o volume de água do mar nesses tanques. Considere que o tanque de lastro esteja sem água com o êmbolo na posição 2 e com 59,5 m³ de água do mar com o êmbolo na posição 1, quando estiver cheio.

### Dados:

- massa específica da água do mar:  $\mu_a$  = 1,03 g/cm³;
- volume do submarino:  $V_s$  = 840 m³; e
- aceleração da gravidade: g = 10 m/s².

## Observação:

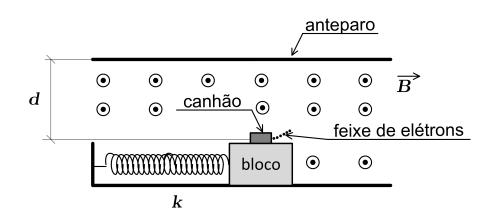
• os fluxos de água nos dutos dos tanques de lastro não interferem no movimento do submarino.

Admitindo que, em determinada missão, embarcaram tripulantes e suprimentos, perfazendo uma massa de 5880 kg, determine:

- a) a porcentagem do volume do submarino que ficará submersa após o embarque, supondo os tanques de lastro com os êmbolos na posição 2;
- b) a massa total de água do mar, em kg, que deverá ser introduzida nos tanques de lastro para que ocorra a completa submersão do submarino;
- c) os máximos módulos das acelerações verticais, em m/s², para emergir e para submergir o submarino, desconsiderando a força de resistência da água do mar e estando o submarino estabilizado em determinada profundidade.

# 2ª QUESTÃO

Valor: 1,0



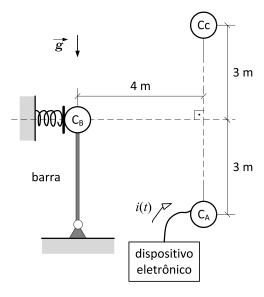
Na figura, encontra-se ilustrado um experimento, em que o canhão preso ao bloco efetua um movimento harmônico simples (MHS) na região sujeita ao campo magnético constante, disparando horizontalmente e continuamente um feixe de elétrons. Nele, observou-se que, nos momentos em que o bloco está com a maior energia cinética, ora os elétrons colidem ortogonalmente contra o anteparo, ora colidem frontalmente contra a traseira do canhão, após tangenciarem o anteparo.

## Dados:

- velocidade relativa de disparo do feixe de elétrons em relação ao canhão: v;
- constante elástica da mola: k;
- massa do conjunto bloco + canhão: M;
- carga do elétron: -e;
- massa do elétron:  $m_e$ ;
- distância entre o canhão e o anteparo: d.

#### Determine:

- a) a amplitude de oscilação do bloco para que o experimento seja viável, em função de  $v,\,M$  e k;
- b) o ângulo de impacto entre o anteparo e os elétrons disparados quando o bloco estiver com velocidade nula;
- c) a densidade de fluxo magnético do campo  $\vec{B}$ , para que o experimento seja viável, em função de  $e, m_e, v$  e d;
- d) os possíveis valores de d em relação a  $v,\,M$  e k impostos pelo tempo de viagem dos elétrons até o choque frontal com a traseira do canhão.



i(t) [A] 5 0 5Figura 2

Figura 1

Considere um meio hipotético onde os corpos  $C_A$ ,  $C_B$  e  $C_C$ , todos de massa m, estão fixados no espaço conforme mostra a Figura 1 e, inicialmente, carregados eletricamente com cargas  $Q_A = +5$  C;  $Q_B = -5$  C; e  $Q_C = +30$  C, respectivamente. O corpo  $C_B$  está na extremidade de uma barra feita com material isolante. Um dispositivo eletrônico controla a quantidade de cargas elétricas positivas em  $C_A$ , por meio de injeção de corrente no corpo.

### Dados:

- aceleração da gravidade:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; e
- massa dos corpos: m = 0.2 kg.

# Considerações:

- o fluxo positivo de corrente do gráfico da Figura 2 indica que cargas positivas são injetadas em C<sub>A</sub>; e
- a mola tem por objetivo manter a barra sempre na posição vertical.

Diante do exposto, determine:

a) a constante eletrostática do meio, sabendo que nas condições iniciais, a força de compressão na barra é 4 N.

Considere agora que o dispositivo eletrônico comece a operar, injetando corrente no corpo  $C_A$  (conforme gráfico da Figura 2) até que a tração na barra seja 0 (zero). Para as novas condições de funcionamento, determine:

- b) o novo valor da carga  $Q_{\mathrm{A}}$ ; e
- c) o tempo necessário para o sistema chegar a este novo ponto de operação.

4º QUESTÃO Valor: 1,0

O interior de um refrigerador hospitalar para armazenagem de medicamentos deve ser continuamente mantido a uma temperatura de 2 °C. Este equipamento possui três portas envidraçadas para acesso aos fármacos, sendo por isso afetado pelo calor ambiente. Além disso, estima-se que os outros ganhos térmicos pelas demais superfícies são equivalentes a 20% daquele associado ao total das três portas.

A superintendência do hospital contratou uma empresa para elaborar o projeto de um sistema alternativo de fornecimento de energia elétrica, em caso de interrupção do serviço pela concessionária local. Após estudo, o técnico responsável pelo projeto afirmou que:

"A potência de acionamento do refrigerador hospitalar é suprida com folga por um motor térmico operando em um ciclo termodinâmico que possui as seguintes características: o motor recebe energia de uma fonte, cuja temperatura é 327°C, e rejeita energia para outras duas fontes. Uma dessas fontes se encontra à temperatura externa ao refrigerador e recebe 450 W, enquanto a outra deve estar a uma temperatura de 127°C, recebendo 300 W."

## Dados:

- condutividade térmica do vidro: 0,85 W.(m.°C)<sup>-1</sup>;
- espessura do vidro: 25 mm;
- temperatura do ambiente externo ao refrigerador: 27 °C;
- coeficiente de desempenho do refrigerador:  $\frac{3}{11}$  do máximo admissível do ciclo de Carnot associado; e
- dimensões de cada porta de vidro: 2 m (altura) x 50 cm (largura).

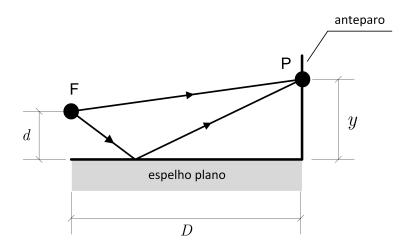
A partir de uma análise termodinâmica da situação, explique, de forma justificada, se a afirmação do técnico é correta.

# Sa QUESTÃO Valor: 1,0 40 m 20 m 40 m 20 m 40 m engates (ver detalhe) mola Engate C: Engate D:

A ponte acima é escorada por quatro apoios verticais (A, B, E e F) e por dois engates (C e D), que permitem a transmissão de esforços verticais e horizontais. Um veículo de 100 kN atravessa essa ponte de peso linear constante de 10 kN/m. Se nos apoios B e E são instaladas molas elásticas com k = 9000 kN/m, calcule a máxima contração que surge nas molas, enquanto o veículo atravessa o trecho central CD da ponte.

# Observações:

- o veículo é um objeto pontual;
- desconsidere eventuais forças horizontais que surjam na ponte; e
- considere que as deformações das molas sejam muito menores do que o comprimento da ponte.



No espelho de Lloyd, observa-se em um anteparo a interferência entre a luz que vai da fonte puntiforme F a um ponto P do anteparo e a luz que vai de F a P, após ser refletida num espelho plano. A distância de F ao espelho é d e de F ao anteparo é D.

# Dados:

- comprimento de onda da luz:  $\lambda$ ; e
- $D \gg d$ .

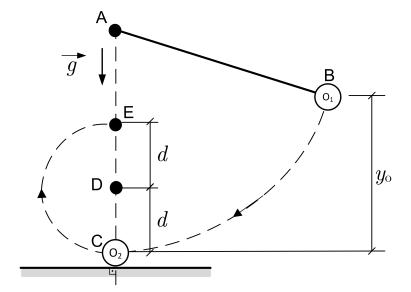
# Consideração:

 $\overline{\bullet (1+u)^{\alpha}} \approx 1 + \alpha u$ , se  $|u| \ll 1$  (se necessário).

Diante do exposto, determine o menor valor de y, indicado na figura, para que no ponto P haja um máximo de interferência construtiva.

# 7º QUESTÃO

Valor: 1,0



Um objeto  $O_1$ , preso por um fio ideal, é solto do ponto B. Ao atingir o ponto C, ele se choca de forma totalmente inelástica, colando no objeto  $O_2$ , conforme ilustrado na figura.

Após o choque, o fio encontra o ponto D, que passa a ser o novo centro do movimento pendular do conjunto  $O_1 + O_2$ .

## **Dados:**

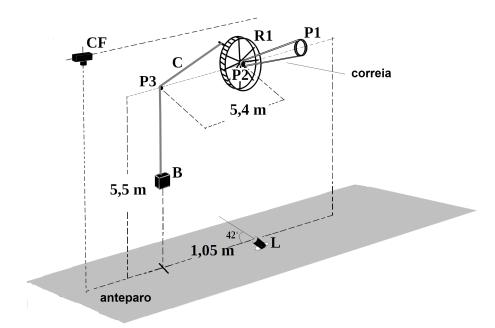
- aceleração da gravidade: g;
- massa de  $O_1 = m_1$ ; e
- massa de  $O_2 = m_2$ .

## Observações:

- · considere que os objetos são partículas; e
- desprezar os atritos e a resistência do ar.

Diante do exposto, determine:

- a) a distância  $y_0$  mínima indicada na figura, em função de d,  $m_1$ ,  $m_2$  e g, de modo que o conjunto consiga atingir o ponto E;
- b) a velocidade do conjunto O<sub>1</sub> + O<sub>2</sub> no ponto E, nas condições do item a; e
- c) a tração do fio no ponto C, imediatamente após o choque, nas condições do item a.



Seja o sistema composto por polias P1, P2 e P3, uma roda R1, uma corda inextensível C, um cubo B, um laser L e uma câmera fotográfica CF, dispostos conforme a figura acima. Nesse sistema, a face inferior do cubo B é reflexiva e pode ser considerada um espelho plano ideal. Tanto as polias quanto a roda estão fixadas em suas posições, de tal modo que podem girar livremente no plano que contém seus centros e a corda C. As polias P1 e P2 estão ligadas por uma correia, que corre sem deslizar, e a polia P2 e a roda R1 são concêntricas. A câmera fotográfica CF registra fotos do anteparo, a uma taxa de cinco fotos por segundo. Sabe-se que a velocidade angular da polia P1 só pode assumir valores inteiros de 1 até 10 rad/s, e que a primeira foto mostra um ponto luminoso.

## Dados:

• raio de P1: 40 cm;

• raio de P2: 3,14 cm;

raio de P3: desprezível;

• raio de R1: 90 cm;

• comprimento de C: 9 m;

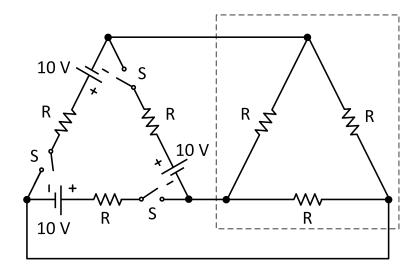
· aresta do cubo B: 10 cm;

•  $tg(42^{\circ}) = 0.90$ ;

•  $\pi = 3.14$ ; e

•  $\pi^2 = 10$ .

Determine quais valores de velocidade angular da polia P1, em rad/s, farão com que todas as fotos tiradas pela câmara sejam iguais.



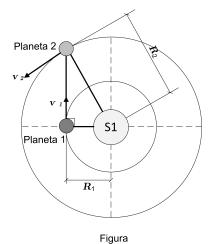
A figura acima apresenta um circuito composto por três baterias de 10 V, seis resistores idênticos  $\it R$  e três chaves S.

Ao fechar as três chaves simultaneamente, após 20 segundos, o circuito consome 20 kJ de energia. Considerando sempre a topologia do circuito original para cada pedido, determine:

- a) o valor da resistência de cada resistor R, em  $\Omega$ ;
- b) a potência dissipada no circuito, em W, se 01 (uma) das baterias tiver seus terminais curto-circuitados; e
- c) a potência dissipada no circuito, em W, se os três resistores da região tracejada do circuito tiverem seus terminais abertos.

# 10º QUESTÃO

Valor: 1,0



Cor	Comprimento de Onda [nm]
violeta	~ 380 - 450
azul	~ 450 - 485
ciano	~ 485 - 500
verde	~ 500 - 565
amarelo	~ 565 - 590
laranja	~ 590 - 625
vermelho	~ 625 - 740

Tabela

Um sistema planetário hipotético é composto por uma estrela (S1) e dois planetas com órbitas elípticas de excentricidade tão pequenas que são aproximadas por circunferências no mesmo plano. Seus sentidos de translação são opostos, tal que o Planeta 1 (P1) orbita no sentido horário, enquanto o Planeta 2 (P2) no sentido anti-horário.

P2 possui partículas de óxido de ferro em suspensão na sua atmosfera. Essas partículas absorvem a luz de S1 e irradiam uma luz colorida, cujos fótons possuem energia E. O povo de P1 é bastante desenvolvido tecnologicamente e decide lançar uma espaçonave, tangencialmente à sua própria órbita, para visitar P2. Para isso, de forma que chegue ao ponto futuro de P2, mantém uma trajetória retilínea, conforme mostra a figura.

## Dados:

- Planeta 1: distância orbital  $R_{\scriptscriptstyle 1}$ ; velocidade orbital escalar  $v_{\scriptscriptstyle 1}=$  60 $\sqrt{2}$  km/s;
- Planeta 2: distância orbital  $R_2$  = 2 x  $R_1$ ;
- energia dos fótons: E= 3,125  $\times$  10<sup>-19</sup> J;
- espaçonave: gera uma aceleração, a partir de  $P_1$ , de  $a_e = 180\sqrt{2}$  m/s², durante 6,4 horas. Depois disso, mantém velocidade constante até se aproximar de P2;
- velocidade da luz no vácuo:  $c=3\times 10^5~\mathrm{km/s};$  e
- constante de Planck: h= 6,63 imes 10 $^{-34}$  J.s.

Diante do exposto, determine:

- a) a velocidade orbital escalar de P2 ( $v_2$ ), em km/s;
- b) a cor da luz emitida por P2, observada de P1, quando ambos os planetas estiverem alinhados com S1 (use a tabela e desconsidere a possibilidade de eclipse); e
- c) a cor da luz de P2, observada da espaçonave, quando estiver próxima de P2.

RASCU	JNHO

RASCU	JNHO

F	RASCUNHO

RASCUNHO

RASCU	JNHO

F	RASCUNHO



# CONCURSO DE ADMISSÃO AO CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO QUÍMICA



# **CADERNO DE QUESTÕES**

## 2021/2022

## **FOLHA DE DADOS**

# Considere:

- 1 S (siemens) =  $1 \text{ ohm}^{-1}$ ;
- Constante de Faraday = 96.500 C.mol<sup>-1</sup>;
- Número de Avogadro = 6,0 x 10<sup>23</sup>;
- Constante universal dos gases ideais:

$$R = 2.0 \text{ cal.}(\text{mol.K})^{-1} = 8.3 \text{ J.}(\text{mol.K})^{-1} = 8.2.10^{-2} \text{ atm.L.}(\text{mol.K})^{-1}$$
;

- 1 atm = 101.325 Pa = 101,325 kPa = 1,01325 bar = 760 mmHg;
- $2^{1/2} = 1.4$ ;
- $2^{\frac{65}{30,1}} = 2^{2,159} = 4,466$ ;
- Capacidade calorífica molar média à pressão constante ( $\overline{C}_P$ ), no intervalo de 0 a  $-10~^\circ C$ :

$$H_2O(I)$$
:  $\overline{C}_P = 76.0 \text{ J.(mol.K)}^{-1}$ ;

$$H_2O$$
 (s):  $\overline{C}_P = 38,0 \text{ J.(mol.K)}^{-1}$ ;

• Entalpia molar de fusão da água, a 1,0 atm:

$$H_{m, fusão} = 6.0 \text{ kJ.mol}^{-1};$$

• Composição percentual do ar atmosférico = 79,0% de  $N_2(g)$  e 21,0% de  $O_2(g)$ 

Entalpias-padrão de formação a 25°C:

Substância Química	$C_8H_{18}(g)$	$H_2O(g)$	$H_2O(I)$	$CO_2(g)$	CO(g)
$\Delta H_f^\circ(kJ.mol^{\text{-}1})$	-208,45	-241,82	-285,83	-393,51	-110,53

## Capacidade calorífica molar:

Substância Química	$N_2(g)$	O <sub>2</sub> (g)	$H_2O(g)$	CO <sub>2</sub> (g)	CO(g)
$\overline{C}_{P}$ (J.mol <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	29,13	29,36	33,58	37,11	29,14

# FOLHA DE DADOS (CONTINUAÇÃO)

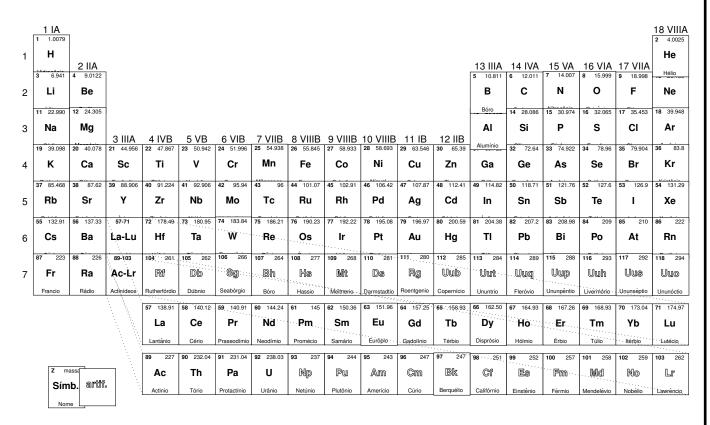
# Tabela de logaritmos:

Х	1,038	2	3	4	5	6	7	10	13	14	15
log(x)	0,02	0,30	0,48	0,60	0,70	0,79	0,85	1	1,11	1,15	1,18
ln(x)	0,04	0,70	1,10	1,39	1,60	1,79	1,95	2,30	2,57	2,64	2,71

## Potencial padrão:

Oxidante	F <sub>2</sub>	Ce <sup>4+</sup>	Au <sup>3+</sup>	Cl <sub>2</sub>	Fe <sup>3+</sup>	H <sub>3</sub> O <sup>+</sup>	Ni <sup>2+</sup>	Na <sup>+</sup>	Li+
$E^0(V)$	+ 2,87	+ 1,61	+ 1,50	+ 1,36	+ 0,77	0,00	- 0,25	-2,71	- 3,05
Redutor	F <sup>-</sup>	Ce <sup>3+</sup>	Au	CI <sup>-</sup>	Fe <sup>2+</sup>	$H_2(g)$	Ni	Na	Li

## Tabela Periódica dos Elementos Químicos:



Fonte: adapatada do site https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/40332

# 1ª QUESTÃO Valor: 1,0

Considere a reação entre acetato de etila e hidróxido de sódio em meio aquoso como sendo irreversível. Uma forma simples de estudar a cinética dessa reação é acompanhar, com o uso de um condutivímetro, a condutividade do meio reacional, dada pelo inverso da resistividade e geralmente denotada por  $\Psi$ , em S.cm<sup>-1</sup>. Tal condutividade é relacionada, quantitativamente, à concentração das espécies iônicas, Na<sup>+</sup>, OH<sup>-</sup> e acetato, em solução, cujas condutividades molares, em S.L.(cm.mol)<sup>-1</sup>, serão denotadas aqui, respectivamente, por  $\lambda_N$ ,  $\lambda_0$  e  $\lambda_A$ . A condutividade de um meio é dada, portanto, pela soma dos produtos entre a concentração de cada espécie iônica e sua correspondente condutividade.

Foi preparada uma mistura contendo, inicialmente,  $C_0$  mol. $L^{-1}$  de hidróxido de sódio e acetato de etila em ligeiro excesso. Determine uma expressão para a concentração do íon acetato em função de  $\Psi$ ,  $\lambda_N$ ,  $\lambda_0$ ,  $\lambda_A$  e  $C_0$ .

2º QUESTÃO Valor: 1,0

Uma célula eletrolítica dotada de eletrodos de platina é preenchida com 1 L de uma solução 4 M de NaCl puro em água bidestilada. Em seguida, faz-se percorrer pela mesma, por 5 horas, 21 minutos e 40 segundos, uma corrente de 5 A, ocorrendo desprendimento de cloro e hidrogênio. Decorrido o tempo mencionado, a corrente é desligada e a solução remanescente é evaporada, obtendo-se um resíduo sólido. Calcule a massa do resíduo obtido.

3ª QUESTÃO Valor: 1,0

Sob determinadas condições, a água pode ser super-resfriada, ou seja, permanecer no estado líquido em temperaturas inferiores ao seu ponto de congelamento, em uma situação termodinamicamente instável. Considere um processo em que 5,0 mol de água super-resfriada a –10°C e 1,0 atm sejam convertidos em gelo à mesma temperatura. Determine a variação de entropia:

- a) do sistema;
- b) na vizinhança; e
- c) do universo.

4º QUESTÃO Valor: 1,0

Os elementos do 2º e 3º períodos da tabela periódica apresentam desvios da tendência em suas curvas da energia de ionização em função do número atômico. Com relação a esses elementos:

- a) esboce qualitativamente o gráfico da energia de ionização em função do número atômico; e
- b) explique esses desvios de forma sucinta, baseado na estrutura eletrônica e no preenchimento dos orbitais atômicos.

5ª QUESTÃO Valor: 1,0

Suponha um sólido metálico formado por um único elemento que apresenta uma estrutura de empacotamento cúbica de corpo centrado à pressão atmosférica. Ao ser comprimido, esse sólido adota uma estrutura cúbica de face centrada. Considerando os átomos como esferas rígidas, calcule a razão entre as densidades do sólido antes e depois da compressão.

6º QUESTÃO Valor: 1,0

A intensidade das emissões radioativas pode ser expressa em curie (Ci), unidade definida como 3,7x10<sup>10</sup> desintegrações nucleares por segundo. Considere um tanque que armazena 50.000 L de um rejeito radioativo aquoso desde 1945, o qual contém o isótopo <sup>137</sup>Cs, cuja cinética de desintegração radioativa é considerada como de primeira ordem. A meia vida do <sup>137</sup>Cs é de 30,1 anos e sua radioatividade específica é de 86,6 Ci/g. Se em 2010 a concentração de <sup>137</sup>Cs neste rejeito aquoso era de 1,155x10<sup>-3</sup> g/L, determine:

- a) a fração percentual em massa de  $^{137}$ Cs que deverá ter decaído para que o nível de radioatividade a ele relacionada seja de  $1,0x10^{-3}$  Ci/L; e
- b) a concentração em g/L de <sup>137</sup>Cs no tanque quando o rejeito foi inicialmente estocado, considerando que o volume do rejeito tenha sido constante ao longo do tempo.

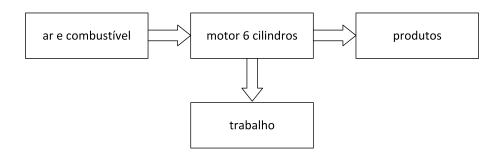
7º QUESTÃO Valor: 1,0

Escreva a fórmula estrutural plana do produto majoritário da mononitração, via substituição eletrofílica aromática, para cada reagente indicado abaixo:

- a) ácido p-toluico (ácido 4-metilbenzoico);
- b) p-cresol (4-metilfenol);
- c) p-tolunitrila (4-metilbenzonitrila);
- d) m-xileno (1,3-dimetilbenzeno); e
- e) 2,6-difluoroacetanilida (N-(2,6-difluorofenil) etanamida);

8ª QUESTÃO Valor: 1,0

Um motor de 6 cilindros e volume total de 5.700 cm³, utilizado em viaturas leves e blindadas, consome 0,5g do combustível gasoso de composição média C<sub>8</sub>H<sub>18</sub>, em cada cilindro, por segundo de operação.



## Considerações:

- o ciclo termodinâmico do motor compreende o funcionamento em 4 tempos: admissão, compressão, combustão e exaustão (escape);
- o motor executa 10 ciclos por segundo, ou seja, a mistura de ar e combustível enche os cilindros e depois é comprimida 10 vezes por segundo;
- a mistura ar e combustível é introduzida à temperatura de 100 °C, até que a pressão seja de 1atm em cada cilindro;
- 20,0% da quantidade de combustível sofre combustão incompleta, sendo convertida em CO(g);
- 80,0% da quantidade de combustível sofre combustão completa, sendo convertida em CO<sub>2</sub>(g);
- a mistura de ar e combustível comporta-se como gás ideal;
- as capacidades caloríficas molares são independentes da temperatura; e
- as entalpias de formação a 25 °C.

### Determine:

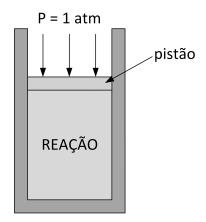
- a) a vazão da entrada de ar no motor, em m<sup>3</sup>/s; e
- b) a composição percentual molar dos produtos e a temperatura de combustão, em K.

9ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Na figura abaixo, apresenta-se um conjunto cilindro-pistão, onde o peso do pistão é desprezível, em que ocorre a seguinte reação do óxido de níquel (II) à temperatura constante:

$$NiO(s) + CO(s) \rightleftharpoons Ni(s) + CO_2(g)$$



Para a manutenção da temperatura constante até a situação de equilíbrio, devem ser retirados do meio reacional 16,10 kJ de energia por mol de óxido de níquel reagido, na forma de calor. Sabese que a constante de equilíbrio para a reação é  $K_p = 500$  e que, na temperatura de reação, as entropias padrão são:

- $S_0(NiO) = 38,10 \text{ J.}(mol.K)^{-1};$
- $S_0(Ni) = 30,56 \text{ J.}(mol.K)^{-1};$
- $S_0(CO) = 251,0 \text{ J.}(\text{mol.K})^{-1}; e$
- $S_0(CO_2) = 296,0 \text{ J.}(\text{mol.K})^{-1}.$

Com base nas informações fornecidas e considerando que os gases se comportam idealmente, determine a temperatura na qual a reação foi conduzida.

Estabeleça a relação entre as estruturas de cada par abaixo, identificando-as como enantiômeros, diastereoisômeros, isômeros constitucionais ou representações diferentes de um mesmo composto.

a)

е

b)

е

c)

CI

d)

e

e)

-

R	RASCUNHO



# CONCURSO DE ADMISSÃO AO CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO

# **MATEMÁTICA**



# **CADERNO DE QUESTÕES**

## 2021/2022

1º QUESTÃO Valor: 1,0

Seis irmãos conversavam quando um deles, Matias, enunciou: a soma das idades de todos nós é cinco vezes a minha idade atual e sou seis anos mais novo que Sófocles. Quando Sófocles tiver três vezes a minha idade atual, constataremos que:

- a soma da minha idade com a de Dâmocles será igual à soma da idade atual dos irmãos de César:
  - a idade de Erastóstenes será três vezes a idade dele atual; e
  - a idade do Lutero será duas vezes a idade atual do Sófocles, mais um ano.

Diante do exposto, qual é a soma das idades atuais de Sófocles e Matias?

2º QUESTÃO Valor: 1,0

Suponha que a e b são raízes reais e diferentes da equação  $4x^2-4tx-1=0\ (t\in\mathbb{R}).$  O intervalo [a,b] é o domínio da função  $f(x)=\frac{2x-t}{x^2+1}.$  Seja  $g(t)=\max f(x)-\min f(x).$  Determine g(0).

3ª QUESTÃO Valor: 1,0

Em um triângulo de vértices  $A(0,0),\ B(2,4)$  e C(6,0), toma-se um ponto variável M sobre o lado AB. Desse ponto, traça-se a perpendicular ao lado AC que intercepta em Q.

Identifique o lugar geométrico descrito pelo ponto de interseção das retas BQ e CM e escreva a sua equação.

4ª QUESTÃO Valor: 1,0

Seja um tetraedro regular ABCD de aresta a e o ponto Q médio de AB. O ponto P sobre a aresta AB, entre Q e A, é projetado nas arestas AC e AD, sobre os pontos M e M', respectivamente, e também nas arestas BC e BD, sobre os pontos N e N', respectivamente. O plano MM'NN' divide o tetraedro em dois volumes com razão de 1 para 4. Determine QP em função de a.

5ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Considere o sistema a seguir:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = ky\\ (1-k)x - y + 4z = 0\\ 2x + y - kz = z \end{cases}$$

Determine o menor valor da constante real k que torna o sistema indeterminado. Para esse valor de k, encontre a solução x,y,z do sistema acima que minimiza o valor de  $(x-z)^2 + e^{x+y} - 4|x| - 2y$ .

6ª QUESTÃO Valor: 1,0

Determine o subconjunto de  $\mathbb R$  que corresponde à solução da equação:

$$4^{\log_2 \operatorname{sen}(x)} + \log_4 2^{\cos(2x)} + \frac{x}{\sqrt{4x^2}} = 0.$$

7º QUESTÃO Valor: 1,0

Sejam os pontos a e b, no plano complexo, representados pelos números a=9+xi e b=y+3i, onde i é a unidade imaginária tal que  $i^2=-1$ . O ponto a é a rotação de  $30^{\circ}$  do ponto b em torno da origem no sentido anti-horário. Determine o valor do produto xy.

8ª QUESTÃO Valor: 1,0

Em uma sala com 11 estudantes, um professor decidiu aplicar um trabalho dividindo aleatoriamente a turma em três grupos de 3 estudantes e um grupo de 2 estudantes. Sabendo que na turma há um casal, qual é a probabilidade de que o mesmo faça o trabalho junto?

9º QUESTÃO Valor: 1,0

Sabendo-se que  $\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}$  com  $a \neq 0, b \neq 0$  e  $a+b \neq 0$ , determine  $\frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3}$  em função de a e b somente.

10<sup>a</sup> QUESTÃO Valor: 1,0

Seja um triângulo acutângulo  $\triangle ABC$  onde  $h_B$  e  $h_C$  são as alturas dos vértices B e C, respectivamente, e  $\overline{BC}=a$ . Sabendo-se que  $\frac{h_Bh_C}{a^2}=\frac{\sqrt{6}}{4}$  e  $\cos\widehat{A}+\cos\widehat{B}\cos\widehat{C}=\frac{p}{q\sqrt{m}}$ , calcule p+q+m.

## Dados:

- p, q e m são números naturais;
- p e q são primos entre si; e
- m é o menor possível.